

**Voorkennistoets wiskunde voor de cursus
Kunstmatige intelligentie**

Inhoud

Voorkennistoets wiskunde voor de cursus Kunstmatige intelligentie

Inleiding 3

Opgaven 3

- 1 Lineaire algebra 3
- 2 Verzamelingenleer 4
- 3 Analyse 6
- 4 Combinatoriek en kansrekening 8

Terugkoppeling 9

– Antwoorden en verwijzingen 9

Voorkennistoets wiskunde voor de cursus Kunstmatige intelligentie

INLEIDING

Met behulp van deze toets kunt u onderzoeken of uw kennis en vaardigheden op het gebied van de wiskunde voldoende zijn om de cursus Kunstmatige intelligentie te volgen. Deze voorkennistoets is opgedeeld in vier paragrafen. Besteedt per paragraaf niet meer dan 10 minuten aan het maken van de opgaven.

De benodigde wiskunde wordt ook gedeeltelijk en beknopt behandeld in het tekstboek bij de cursus, 'Fundamentals of the new artificial intelligence'. Het is daarom niet erg wanneer u niet alle opgaven kunt maken. Als u van een paragraaf minder dan 3 opgaven goed hebt, raden we u aan eerst dat deel van de wiskunde te bestuderen voor u aan de cursus begint. U kunt hierover ook overleggen met de studiebegeleider.

OPGAVEN

1 Lineaire Algebra

1.1 Zij $\underline{a} = (1, 2, 0, 4)$ en $\underline{b} = (2, -3, 2, 2)$. Het inproduct $\underline{a} \cdot \underline{b}$ is gelijk aan

- a 10
- b 15
- c 4
- d 0

1.2 Het product

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

is gelijk aan

a $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ b $(5 \ 2 \ 1)$ c $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$ d $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -19 \end{pmatrix}$

1.3 Het product

$$(1 \ 2) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

is gelijk aan

$$\text{a } \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{b } (5 \ 2 \ 1) \quad \text{c } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix} \quad \text{d } (5 \ 2 \ -19)$$

1.4 De lengte van de vector $(1, 2, -1)$ is gelijk aan

- a 2
- b 4
- c $\sqrt{6}$
- d 6

1.5 De hoek tussen de vectoren $(1, 2, -1)$ en $(1, 1, 0)$ is gelijk aan

- a $\arccos(3/4)$
- b $\pi/6$
- c $\pi/3$
- d $\arccos(1/4)$

2 **Verzamelingenleer**

In deze paragraaf kan een opgave verschillende juiste antwoorden hebben.

2.1 Gegeven zijn een universum $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ met deelverzamelingen $A = \{2, 3, 5\}$ en $B = \{5, 8, 9, 10\}$.
Welk van de volgende uitspraken zijn juist?

- a $A \cup B = \{5\}$
- b $A \cap B = \{5\}$
- c $A^c = \{8, 9, 10\}$ (A^c is het complement van de verzameling A)
- d $A \times B = \{(2, 5), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 5), (3, 8), (3, 9), (3, 10), (5, 5), (5, 8), (5, 9), (5, 10)\}$

2.2 Gegeven is het universum $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ met daarop de relatie $R = \{(1, 2), (2, 6), (7, 10), (6, 10)\}$.
Welke van de volgende uitspraken zijn juist?

- a R is geen functie.
- b R is een functie met domein $\{1, 2, 6, 7, 10\}$.
- c R is een functie met domein $\{1, 2, 6, 7\}$.
- d R is een functie met bereik $\{2, 6, 10\}$.

2.3 Welke van de volgende eigenschappen gelden algemeen?

- a $(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$
- b $A^{ccc} = A^c$
- c $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
- d $A \cup A = A \cap A$

2.4 Welke van de volgende verzamelingen deelverzamelingen vormen een partitie van $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$?

- a $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{6, 7, 8, 9, 10\}\}$
- b $\{\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{6, 7, 8, 9, 10\}\}$
- c $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}\}$
- d $\{\{4, 8\}, \{3, 7\}, \{2, 6, 10\}, \{1, 5, 9\}\}$
- e $\{\{1, 2, 4, 8\}, \{1, 3, 9\}, \{2, 3, 6\}, \{5, 10\}, \{7\}\}$

2.5 Gegeven zijn de relaties in $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$:

$$xR_1y \Leftrightarrow x = y$$

$$xR_2y \Leftrightarrow \lceil x/5 \rceil = \lceil y/5 \rceil \text{ (waarbij } \lceil a \rceil \text{ gelijk is aan het kleinste gehele getal groter dan of gelijk aan } a)$$

$$xR_3y \Leftrightarrow x \bmod 4 = y \bmod 4$$

$$xR_4y \Leftrightarrow x \mid y \text{ (waarbij } x \mid y \text{ als } x \text{ een deler is van } y)$$

Een aantal van deze relaties zijn equivalentierelaties. Bij iedere equivalentierelatie hoort een partitie uit opgave 2.4. Hierover gaan de volgende uitspraken. Welke uitspraak is correct?

- a R_1 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4c.
 R_2 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4a.
 R_3 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4d.
 R_4 is geen equivalentierelatie.
- b R_1 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4c.
 R_2 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4b.
 R_3 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4d.
 R_4 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4e.
- c R_1 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4c.
 R_2 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4b.
 R_3 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4d.
 R_4 is geen equivalentierelatie.
- d R_1 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4c.
 R_2 is een equivalentierelatie bij de partitie uit 2.4b.
 R_3 is geen equivalentierelatie.
 R_4 is geen equivalentierelatie.

3 **Analyse**

3.1 De afgeleide van $\frac{1}{1+e^{-x}}$ is:

a $\frac{1}{1+e^{-x}}(1 - \frac{1}{1+e^{-x}})$

b $\frac{1}{1-e^{-x}}$

c $\frac{-e^{-x}}{(1+e^{-x})^2}$

d $\frac{e^{-x}}{(1-e^{-x})^2}$

3.2 De afgeleide van $f(x) = a^2x^5 - 3bx^3$ is

a $5a^2x^4 - 9bx^2$

b $10ax^4 - 9bx^2$

c $5x^4 - 9x^2$

d $5a^2x^6 - 9bx^4$

3.3 De tweedeorde Taylor-benadering van $f(x) = (t-x)^c$ ($c \geq 2$) rond $x = 0$ is

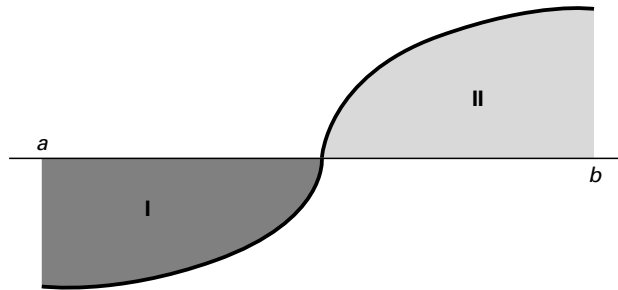
a $-ct^{c-1}x + \frac{1}{2}c^2t^{c-2}x^2$

b $t^c + ct^{c-1}x + \frac{1}{2}c^2t^{c-2}x^2$

c $t^c - ct^{c-1}x + \frac{1}{2}c(c-1)t^{c-2}x^2$

d $t^c + ct^{c-1}x + \frac{1}{2}c(c-1)t^{c-2}x^2$

- 3.4 In figuur 3.1 is de grafiek van een functie f getekend op het interval $[a, b]$. De oppervlakte van het donkergrijze gebied geven we aan met $\text{Opp}(\text{I})$, dat van het lichtgrijze gebied met $\text{Opp}(\text{II})$.



FIGUUR 3.1 De oppervlakte tussen de grafiek en de x -as

Gegeven is dat $\int_a^b f(x)dx = p$

Hieruit volgt:

- a $\text{Opp}(\text{I}) + \text{Opp}(\text{II}) = p$
- b $\text{Opp}(\text{I}) - \text{Opp}(\text{II}) = p$
- c $\text{Opp}(\text{II}) - \text{Opp}(\text{I}) = p$
- d Er zijn geen conclusies te trekken over de oppervlaktes van de gebieden I en II.

3.5 $\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{2}\right)^k =$

a $\frac{256}{255}$

b $\frac{255}{256}$

c $\frac{511}{512}$

d $1 \frac{255}{256}$

4 Combinatoriek en kansrekening

- 4.1 Het aantal permutaties van 5 verschillende elementen is gelijk aan
- a 25
 - b 5^5
 - c 60
 - d 120
- 4.2 We trekken een willekeurig natuurlijk getal x waarbij $0 \leq x \leq 99$. Elk getal heeft een even grote kans om getrokken te worden. De kans dat $15 \leq x \leq 24$ is gelijk aan
- a $5/33$
 - b $6/25$
 - c $1/11$
 - d $1/10$
- 4.3 We trekken tweemaal een willekeurig natuurlijk getal x waarbij $0 \leq x \leq 99$. Elk getal heeft een even grote kans om getrokken te worden. Het trekken gebeurt met terugleggen: bij de tweede trekking kan het getal dat de eerste keer getrokken werd, opnieuw getrokken worden. De kans dat beide keren geldt dat $15 \leq x \leq 24$ is gelijk aan
- a $1/100$
 - b $1/5$
 - c $1/110$
 - d $9/1000$
- 4.4 We trekken een willekeurig natuurlijk getal x waarbij $0 \leq x \leq 99$. Elk getal heeft een even grote kans om getrokken te worden. De kans dat $x < 15$ of $x > 24$ is gelijk aan
- a $10/11$
 - b $39/100$
 - c $9/10$
 - d $9/250$
- 4.5 We trekken een willekeurig natuurlijk getal x waarbij $0 \leq x \leq 99$. Elk getal heeft een even grote kans om getrokken te worden. De stochast X is gelijk aan de waarde van x . De verwachtingswaarde $E(X)$ is gelijk aan
- a 1
 - b $49\frac{1}{2}$
 - c 50
 - d 100